

Блок 2. Логика

Задания Интернет-карусели

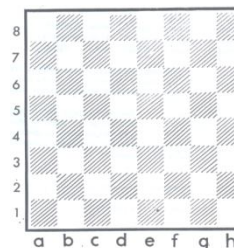
1. Одноклассники Аня, Боря, Вова, Гена живут на разных этажах одного подъезда четырёхэтажного дома. Их спросили, кто на каком этаже живёт. Аня ответила, что не живёт ни на 1-ом, ни на 4-ом этажах; Боря — что живёт на 2 этаже; Вова — что не живёт на 4-ом этаже. На каком этаже живёт Вова?
2. Алёша живет в своем доме вместе с папой, мамой и братом. А еще с ними живут собака, две кошки, три попугая и семь золотых рыбок. Сколько всего ног у обитателей этого дома?
3. Рано утром Королева встретила в саду Шляпника и Чеширского Кота. Они выглядели очень странно, впрочем, как и всегда. Шляпник лгал по вторникам, средам и четвергам, но во все остальные дни недели говорил правду. Кот же вёл себя по-другому: он лгал по пятницам, субботам и воскресеньям, а во все остальные дни недели говорил правду.
Они сказали следующее:
— Вчера был один из дней, когда я лгу, — сказал Шляпник.
— Вчера был один из дней, когда я лгу, — сказал Кот.
Королева была очень умная и сразу определила, какой день недели был вчера. Что же это был за день?
4. Про двузначное число Рыцарь и Лжец сказали: «Первая цифра чётная» и «Вторая цифра менее 5», но не известно, кто что произнёс. Сколько двузначных натуральных чисел, с которыми такое могло произойти?
5. На острове у Священного камня собрались 15 аборигенов (рыцарей и лжецов). Каждый заявил остальным: «Вы все лжецы!». Сколько лжецов может быть в этой компании?
6. В симфонический оркестр приняли на работу Калашникова, Протопопова и Ярыгина — трёх музыкантов, которые умеют играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.
Известно, что
– Протопопов — самый высокий;
– играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
– музыканты, играющие на скрипке и флейте, и Калашников любят пиццу;
– когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Протопопов мирит их;
– Калашников не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

Кто на каком инструменте играет?

7. Про трёхзначное число, все цифры которого различны, даны два утверждения: «В этом числе нет шестёрки или есть восьмёрка», «В этом числе нет единицы и нет девятки». Для какого наибольшего такого числа оба утверждения неверны?
8. Про ковбоя Джо сказали следующее:
(1) «Джо — ловкач»,
(2) «Джо не везет»,
(3) «Джо везет, но он не ловкач»,
(4) «Если Джо ловкач, то ему не везет»,
(5) «Джо является ловкачом тогда и только тогда, если ему везет»,
(6) «Джо либо ловкач, либо ему везет, но не то и другое одновременно».

Какие из них верные, если известно, что верно наибольшее возможное число этих утверждений?

9. Фигура конь стоит на клетке d5 шахматной доски. Сколько клеток, в которых может оказаться конь, сделав ровно два хода?
10. Программист Вася выписывает на доску в порядке возрастания все числа, в записи которых участвуют только 0, 1 и 2, начиная с нуля (0, 1, 2, 10, ...). Какое число он выпишет 58-ым по счёту?
11. Выберите пары предложений, где к утверждению правильно построены отрицание.



- Пара № 1.
Илья делает уроки и не слушает музыку.
Илья не делает уроки или не слушает музыку.
- Пара № 2.
В лесу все елки старые.
В лесу все елки не старые.
- Пара № 3.
В зоопарке все животные довольные и красивые.
В зоопарке некоторые животные не довольные или некрасивые.
- Пара № 4.
В классе все дети получили пятерки или четвёрки.
В классе все дети не получили ни четверок, ни пятерок.
- Пара № 5.
Иван на работу ездит на трамвае и автобусе.
Иван на работу не ездит на трамвае или автобусе.

Пара № 6.
Аборигены говорят правду или лгут.
Аборигены не говорят правду и не лгут.

Пара № 7.
Вера по вечерам ходит танцевать или не ходит в кино.
Вера по вечерам не ходит в кино и не ходит танцевать.

Пара № 8.
Команда А выиграла в первом или втором турнире.
В первом и втором турнире не выиграла команда А.

В качестве ответа введите номера выбранных пар.
Если их несколько, введите в порядке возрастания, разделяя пробелом.
Пример: 1 3 5

12. На поляне Острова Рыцарей и Лжецов собралось 20 аборигенов. Один из них сказал: «Здесь нет ни одного рыцаря!»; второй: «Здесь не более одного рыцаря!»; третий: «Здесь не более двух рыцарей!», и так далее, десятый: «Здесь не более девяти рыцарей». Сколько на поляне рыцарей? Рыцари всегда говорят правду, лжецы — всегда лгут.
13. Опытный дрессировщик может вымыть слона за 40 минут, а его сыну для этого требуется 2 часа. За сколько минут они вымоют трех слонов, работая вдвоем?
14. В ряд стоят три ящика: красный, жёлтый и зеленый. На первом написано «красный ящик», на втором — «жёлтый ящик», на третьем — «красный или зеленый ящик». Известно, что цвет ни одного из ящиков не соответствует надписи на нем. В каком порядке могут стоять ящики?

Блок 2. Логика

Задания Интернет-карусели. Указания и решения

В набор заданий интернет-карусели были включены задачи, похожие (по способу решения) на задания подготовительного занятия.

- Достаточно рассмотреть варианты: дни недели в задаче № 3, сочетания утверждений в задаче № 8.
- Построение отрицаний: № 4, № 7, № 11.
- Про рыцарей лжецов: № 5, № 12.
- Задачи, решаемые заполнением таблицы: № 1, № 6, № 14.

Возможно, удобно разбирать задачи не в порядке следования в карусели. Рекомендуем их сгруппировать по типам задач.

Также включены задачи на другие темы: № 2, № 13. Умения решать комбинаторные задачи (вспоминая задачи первого блока) понадобились при решении задач № 4, № 9 и № 10.

1. Одноклассники Аня, Боря, Вова, Гена живут на разных этажах одного подъезда четырёхэтажного дома. Их спросили, кто на каком этаже живёт. Аня ответила, что не живёт ни на 1-ом, ни на 4-ом этажах; Боря — что живёт на 2 этаже; Вова — что не живёт на 4-ом этаже. На каком этаже живёт Вова?

Ответ: на первом этаже.

Решение. (1) В первой таблице справа показаны выводы, следующие непосредственно из условия задачи.

(2) Во второй таблице отмечено, что Боря не может жить на 1, 3 или 4 этажах.

(3) В третьей таблице отмечено, что на 4 этаже должен жить Гена, а на других этажах он не живёт.

(4) Далее следует, что на первом этаже должен жить Вова.

Комментарий. Продолжите рассуждения и поймите, на каких этажах живут Аня и Вова.

	1 этаж	2 этаж	3 этаж	4 этаж
Аня	нет			нет
Боря		да		
Вова				нет
Гена				

	1 этаж	2 этаж	3 этаж	4 этаж
Аня	нет			нет
Боря	нет	да	нет	нет
Вова				нет
Гена				

	1 этаж	2 этаж	3 этаж	4 этаж
Аня	нет			нет
Боря	нет	да	нет	нет
Вова				нет
Гена	нет	нет	нет	да

	1 этаж	2 этаж	3 этаж	4 этаж
Аня	нет			нет
Боря	нет	да	нет	нет
Вова	да			нет
Гена	нет	нет	нет	да

2. Алёша живет в своем доме вместе с папой, мамой и братом. А еще с ними живут собака, две кошки, три попугая и семь золотых рыбок. Сколько всего ног у обитателей этого дома?

Ответ: 26.

Решение. В доме живут 7 двуногих обитателей (Алёша, его папа, мама и брат, а также три попугая) и 3 обитателя с 4 ногами (собака и две кошки). Всего $7 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 26$ ног.

3. Рано утром Королева встретила в саду Шляпника и Чеширского Кота. Они выглядели очень странно, впрочем, как и всегда. Шляпник лгал по вторникам, средам и четвергам, но во все остальные дни недели говорил правду. Кот же вёл себя по-другому: он лгал по пятницам, субботам и воскресеньям, а во все остальные дни недели говорил правду.

Они сказали следующее:

— Вчера был один из дней, когда я лгу, — сказал Шляпник.

— Вчера был один из дней, когда я лгу, — сказал Кот.

Королева была очень умная и сразу определила, какой день недели был вчера. Что же это был за день?

Ответ: четверг.

Решение. И Шляпник, и Кот могли сказать «Вчера был один из дней, когда я лгу» только в такой день, когда вчера был день «другого типа»: либо сегодня говорит правду, а вчера лгал, либо наоборот.

	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Шляпник		Л	Л	Л			
Чеширский Кот					Л	Л	Л

По таблице видно, что Шляпник мог сказать данную фразу только во вторник и в пятницу. Кот мог сказать только в пятницу и в понедельник. Следовательно, они оба могли утверждать, что лгали накануне, только в пятницу, а вчера (про что спрашивается) был четверг.

Замечание. Обратите внимание, что в данном задании нужно было быть очень внимательными с тем, что спрашивают. Ответ «пятница» давали чаще, нежели верный (196 ответов против 120).

4. Про двузначное число Рыцарь и Лжец сказали: «Первая цифра чётная» и «Вторая цифра менее 5», но не известно, кто что произнёс. Сколько двузначных натуральных чисел, с которыми такое могло произойти?

Ответ: 45.

Решение. Возможны два случая.

(1) Утверждение 1 верно, утверждение 2 ложно. Тогда первая цифра 2, 4, 6 или 8 — 4 варианта. Вторая цифра не менее 5, то есть 5, 6, 7, 8 или 9 — 5 вариантов. Итого $4 \cdot 5 = 20$ чисел.

(2) Утверждение 1 ложно, утверждение 2 верно. Тогда первая цифра 1, 3, 5, 7 или 9 — 5 вариантов. Вторая цифра менее 5, то есть 0, 1, 2, 3 или 4 — 5 вариантов. Итого $5 \cdot 5 = 25$ чисел.

Всего $20 + 25 = 45$ чисел.

Комментарий. После разбора решения рекомендуем задать ученикам следующие вопросы.

✓ Сколько двузначных чисел, про которые оба данных утверждения верны?

Ответ: $4 \cdot 5 = 20$ чисел

✓ Сколько двузначных чисел, про которые оба данных утверждения ложны?

Ответ: $5 \cdot 5 = 25$ чисел.

5. На острове у Священного камня собрались 15 аборигенов (рыцарей и лжецов). Каждый заявил остальным: «Вы все лжецы!». Сколько лжецов может быть в этой компании?

Ответ: 14.

Решение. Предположим, что все аборигены лжецы. Но тогда каждый из них говорит правду, чего он как лжец делать никак не может. Противоречие!

Значит, есть хотя бы один рыцарь. Рассмотрим этого рыцаря. Он должен был сказать правду. То есть все остальные 14 человек — лжецы. Каждый из них при этом говорит неправду, то есть этот пример подходит.

Более одного рыцаря быть не может, иначе каждый рыцарь солжёт, назвав остальных лжецами.

6. В симфонический оркестр приняли на работу Калашникова, Протопопова и Ярыгина — трёх музыкантов, которые умеют играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.

Известно, что

- Протопопов — самый высокий;
- играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
- музыканты, играющие на скрипке и флейте, и Калашников любят пиццу;
- когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Протопопов мирит их;
- Калашников не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

Какие из утверждений являются верными?

- (1) Протопопов играет на флейте и кларнете.
- (2) Протопопов играет на флейте и гобое.
- (3) Протопопов играет на гобое и кларнете.

Ответ: 2.

Решение. Составим таблицу, как показано ниже.

(1) В первой таблице показаны выводы, следующие непосредственно из условия задачи. (2) Из первой таблицы следует, что на трубе и скрипке играет Ярыгин. Получим вторую таблицу, заполнив клетки в соответствующей строке.

(3) Становится ясно, кто играет на флейте, альте и гобое. Методом исключения понятно, кто играет на кларнете (таблица 3).

Получается, что Протопопов играет на флейте и гобое.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Калашников	нет	нет			нет	нет
Протопопов	нет		нет			нет
Ярыгин						

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Калашников	нет	нет			нет	нет
Протопопов	нет		нет			нет
Ярыгин	да	нет	нет	нет	нет	да

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Калашников	нет	нет	да	да	нет	нет
Протопопов	нет	да	нет	нет	да	нет
Ярыгин	да	нет	нет	нет	нет	да

7. Про трёхзначное число, все цифры которого различны, даны два утверждения: «В этом числе нет шестёрки или есть восьмёрка», «В этом числе нет единицы и нет девятки». Для какого наибольшего такого числа оба утверждения неверны?

Ответ: 976.

Решение. Отрицания к написанным утверждениям:

«В этом числе есть шестёрка и нет восьмёрки»,

«В этом числе есть единица или девятка».

Значит, число состоит либо из набора $(1, 6, n)$, либо $(9, 6, n)$, где n — любая цифра, кроме 8. Наибольшее трехзначное число, которое подходит, является 976.

Комментарий. Найдите такое наименьшее число, удовлетворяющее условию.

Ответ: 106.

8. Про ковбоя Джо сказали следующее:

- (1) «Джо — ловкач»,

- (2) «Джо не везет»,
- (3) «Джо везет, но он не ловкач»,
- (4) «Если Джо ловкач, то ему не везет»,
- (5) «Джо является ловкачом тогда и только тогда, если ему везет»,
- (6) «Джо либо ловкач, либо ему везет, но не то и другое одновременно».

Какие из них верные, если известно, что верно наибольшее возможное число этих утверждений?

Ответ: 1, 2, 4 и 6.

Решение. Утверждения (1) и (3) противоречат друг другу. Также противоречивы (4) и (5). Значит, верных утверждений не более четырёх. С другой стороны, утверждения 1, 2, 4 и 6 верны, если Джо ловкач, но ему не везёт.

Комментарий. Джо ловкач или не ловкач, ему везёт или не везёт — всего 4 варианта. Разберите, какие утверждения верны в каждом из этих случаев.

Ответ показан в таблице:

Ловкач	Везёт	1	2	3	4	5	6	Всего
да	да	да	нет	нет	нет	да	нет	2
да	нет	да	да	нет	да	нет	да	4
нет	да	нет	нет	да	да	нет	да	3
нет	нет	нет	да	нет	да	нет	нет	2

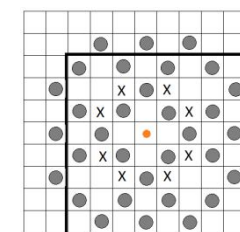
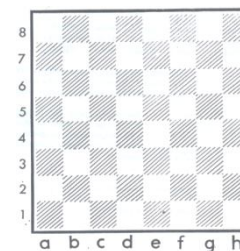
9. Фигура конь стоит на клетке d5 шахматной доски. Сколько клеток, в которых может оказаться конь, сделав ровно два хода?

Ответ: 27.

Решение. Удобно взять бесконечную доску и отмечать на ней клетки: красная точка — начальная позиция коня, крестик — клетки, в которые он может попасть за 1 ход, черные кружочки — за 2 хода (не считая начальную).

Затем нарисуем доску так, чтобы начальная клетка была на d5, и подсчитаем число кружочков на доске (включая красный). Их 27.

10. Программист Вася выписывает на доску в порядке возрастания все числа, в записи которых участвуют только 0, 1 и 2, начиная с нуля (0, 1, 2, 10, ...). Какое число он выпишет 58-м по счёту?



Ответ: 2010.

Решение. Вася сначала выпишет три однозначных числа, далее — $2 \cdot 3 = 6$ двузначных чисел и $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ трёхзначных чисел. Итого $3 + 6 + 18 = 27$ чисел.

Количество четырёхзначных чисел равно $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54$ — это больше, чем нужно. После того, как Вася выпишет все четырёхзначные числа, начинающиеся с цифры 1 (их $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$), ему останется выписать $58 - 27 = 31$ чисел. Это числа 2000, 2001, 2002, 2010.

11. Выберите пары предложений, где к утверждению правильно построены отрицание.

Пара № 1.

Илья делает уроки и не слушает музыку.

Илья не делает уроки или не слушает музыку.

Пара № 2.

В лесу все елки старые.

В лесу все елки не старые.

Пара № 3.

В зоопарке все животные довольные и красивые.

В зоопарке некоторые животные не довольные или некрасивые.

Пара № 4.

В классе все дети получили пятерки или четвёрки.

В классе все дети не получили ни четверок, ни пятерок.

Пара № 5.

Иван на работу ездит на трамвае и автобусе.

Иван на работу не ездит на трамвае или автобусе.

Пара № 6.

Аборигены говорят правду или лгут.

Аборигены не говорят правду и не лгут.

Пара № 7.

Вера по вечерам ходит танцевать или не ходит в кино.

Вера по вечерам не ходит в кино и не ходит танцевать.

Пара № 8.

Команда А выиграла в первом или втором турнире.

В первом и втором турнире не выиграла команда А.

Ответ: 3 5 6 8.

Решение. Покажем пары, которые не подходят.

Пара № 1. И в том, и другом утверждении Илья не слушает музыку.

Пара № 2. Если неправда, что «все елки старые», значит, *некоторые* (но не обязательно все) ёлки не являются старыми.

Пара № 4. Если неверно, что все дети получили пятерки или четвёрки, то кто-то из них (но не все) не получили ни четверок, ни пятерок.

Пара № 7. Вера и в первом, и во втором случае может не ходить в кино, значит, утверждения не противоречат друг другу.

12. На поляне Острова Рыцарей и Лжецов собралось 20 аборигенов. Один из них сказал: «Здесь нет ни одного рыцаря!»; второй: «Здесь не более одного рыцаря!»; третий: «Здесь не более двух рыцарей!», и так далее, десятый: «Здесь не более девяти рыцарей». Сколько на поляне рыцарей? Рыцари всегда говорят правду, лжецы — всегда лгут.

Ответ: 10 рыцарей.

Решение. Если первый рыцарь, то он солгал. Значит, первый — лжец. Следовательно, среди этих аборигенов есть рыцари.

Если рыцарей не более 4, то верными являются шесть утверждений о том, что рыцарей не более 4, не более 5, ..., не более 9. Противоречие.

Если рыцарей более 10, то кто-то из них сделал одно из данных утверждений, то есть, солгал.

Ситуации, когда рыцарей 5, 6, 7, 8, 9 или 10, возможны. В таблице показаны примеры. Здесь первые аборигены 1, 2, ..., 10 сделали данные утверждения, пустые клетки — лжецы.

аборигены	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10 лжецов											Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р
9 лжецов										Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	
8 лжецов									Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р		
7 лжецов								Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р			
6 лжецов							Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р			
5 лжецов						Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р			

13. Опытный дрессировщик может вымыть слона за 40 минут, а его сыну для этого требуется 2 часа. За сколько минут они вымоют трех слонов, работая вдвоем?

Ответ: 90.

Решение. За полчаса дрессировщик моет $\frac{3}{4}$ слона, а сын — $\frac{1}{4}$ слона. Вместе — одного слона. Значит, трёх слонов они вымоют за 1,5 часа.

14. В ряд стоят три ящика: красный, жёлтый и зеленый. На первом написано «красный ящик», на втором — «жёлтый ящик», на третьем — «красный или зеленый ящик».

Известно, что цвет ни одного из ящиков не соответствует надписи на нем. В каком порядке могут стоять ящики?

Ответ: зелёный — красный — жёлтый.

Решение. Запишем выводы из условия в таблицу.

	Красный	Жёлтый	Зелёный
Первый ящик	нет		
Второй ящик		нет	
Третий ящик	нет		нет

Из этого видно, что третий ящик — жёлтый. Заполним соответствующие клетки. Получаем таблицу 2.

	Красный	Жёлтый	Зелёный
Первый ящик	нет	нет	
Второй ящик		нет	
Третий ящик	нет	да	нет

Значит, второй ящик — красный. Остаётся, что первый ящик — зелёный.